

PRORAČUN TOKOVA SNAGE ELEKTROENERGETSKE MREŽE PRIMENOM METODA SIMBOLIČKE ANALIZE

Srđan Đorđević, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet u Nišu, srdjan.djordjevic@elfak.ni.ac.rs

Sadržaj – Ovaj rad daje pregled postupaka za proračun tokova snage elektroenergetskih mreža koji rezultuju direktnim analitičkim izrazima. Opisane su prednosti ovih metoda u odnosu na tradicionalne koji se zasnivaju na numeričkom rešavanju sistema jednačina. Dat je pregled mogućih primena ovih postupaka u proračunu stacionarnih režima i analizi kvarova elektroenergetskih mreža. Pored toga razmatrana je i upotreba metoda simboličke analize u okviru ovih modela.

1. UVOD

Proračun tokova snage je od značaja kako za planiranje daljeg razvoja tako i za utvrđivanje optimalnih uslova funkcionisanja postojećeg elektroenergetskog sistema (EES). S obzirom na veličinu komercijalnih EES bilo je neophodno razviti postupke kojima bi se automatizovao proračun tokova snaga [1,2,3].

Proračun stacionarnih režima ima raznovrsne primene od kojih su najznačajnije: izbor naponskih nivoa, korekcija faktora snage, operativno planiranje rada EES, određivanje razmene snaga između različitih EES itd.

Proračun tokova snaga predstavlja sastavni deo softvera u sistemima za upravljanje energijom EMS (Energy Management System) i sistema za upravljanje isporukom električne energije DMS (Distribution Management System).

Rapidni razvoj komunikacionih tehnologija omogućio je direktno praćenje EES u toku rada. Na taj način je porastao interes za softverom koji može da analizira trenutno stanje u toku rada EES (online). Ovo je nametnulo potrebu za razvojem metoda za proračun radnih stanja sistema koji bi postigli zadovoljavajuću brzinu i fleksibilnost proračuna.

Sa stanovišta teorije kola, bez obzira na složenost mreže, ona se uvek može predstaviti ekvivalentnim kolom i nakon toga analizirati primenom metoda za rešavanje električnih kola. Na mrežnoj frekvenciji je najadekvatnija primena linearnih koncentrisanih parametara za elemente elektroenergetske mreže (transformatori, prenosne mreže, kapacitivnosti itd.).

U narednom poglavlju opisano je matematičko modelovanje elektroenergetske mreže i proračun radnih stanja sistema u stacionarnom režimu. DC linearni model elektroenergetske mreže, njegove primene i implementacija opisani su u trećem poglavlju. Četvrto poglavlje opisuje metod namenjen problemu tokova snaga kojim je moguće dobiti analitičko rešenje za manje mreže. Petو poglavlje posvećeno je analitičkom pristupu u rešavanju problema toka snaga i primeni simboličke analize.

2. PRORAČUN TOKOVA SNAGE ELEKTROENERGETSKE MREŽE

Proračun tokova snage elektroenergetske mreže započinje određivanjem fazora napona u svim čvorovima mreže na osnovu poznate konfiguracije mreže i parametara elemenata mreže. Na osnovu vrednosti modula i faznih stavova napona određuju se sve preostale vrednosti koje nisu unapred zadate, odnosno aktivne i reaktivne snage injektovanja u pojedinim čvorovima (raspodela opterećenja izvora). Ovim je definisano

stanje mreže. Nakon toga pristupa se proračunu tokova snage po vodovima i određivanju gubitaka po granama (gubitaka snage u mreži). Proračun se zasniva na metodu potencijala čvorova.

Svaki čvor mreže okarakterisan je sa četiri električne veličine: injektovanom aktivnom snagom, injektovanom reaktivnom snagom, modulom napona, faznim stavom napona. Pri proračunu tokova snage za bilo koji čvor električne mreže dve od ove četiri veličine su zadate dok se ostale dve izračunavaju.

Proračun tokova snage započinje definisanjem poznatih i nepoznatih promenljivih u sistemu. Zavisno od toga koje se dve veličine zadaju unapred a koje se određuju uvodi se podela sabirnica elektroenergetske mreže na:

- Generatorske sabirnice (poznat moduo napona i aktivna snaga injektovanja)
- Potrošačke sabirnice (zadata aktivna i reaktivna snaga injektovanja)
- Balansni čvor – referentni čvor (poznat moduo i faza napona)

Potrošački čvorovi su oni čvorovi mreže za koje nije povezan ni jedan generator. Za ove čvorove se aktivno i reaktivno opterećenje ne može unapred definisati jer je određeno ponašanjem potrošača. Sabirnice elektroenergetske mreže za koje je vezan generator predstavljaju generatorske čvorove. Od njih se izuzima jedan proizvoljno odabrani čvor sa regulisanim naponom koji predstavlja referentni čvor. Balansni čvor se uvodi jer nije moguće unapred zadati aktivna injektovanja svih čvorova.

Elektroenergetska mreža se, kao i bilo koja električna mreža može predstaviti matricom impedansi ili matricom admitansi čvorova. Za proračun tokova snage više se primenjuje matrica admitansi čvorova. Zbog kvadratne zavisnosti između napona i snage, jednačine tokova snage predstavljaju nelinearne algebarske jednačine. Da bi iteracijski postupak analize mogao da započne neophodno je zadati početne vrednosti napona. Polazi se od jednačina za bilans kompleksnih snaga (1).

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i \sum_k (V_k Y_{ik})^* \quad i=1,\dots,n \quad (1)$$

Gde su: S_i , P_i i Q_i kompleksna prividna, aktivna i reaktivna snaga čvora i respektivno.

V_i potencijal čvora i

Y_{ij} element matrice admitansi čvorova.

Iz izraza (1) slede jednačine injektovanja aktivnih i reaktivnih snaga po čvorovima mreže:

$$P_i = \sum_{k=1}^n |V_i| \cdot |V_k| (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (2)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n |V_i| \cdot |V_k| (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (3)$$

$$i = 1, \dots, n$$

gde je: $Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$

G_{ik} konduktansa voda između čvorova i i k ; B_{ik} susceptansa voda između čvorova i i k ; θ_{ik} razlika faznih stavova napona čvora i i čvora k ; $|V_k|$ moduo napona čvora k , n broj čvorova mreže.

Sistem jednačina čine izrazi za balans aktivne i reaktivne snage svakog od potrošačkih čvorova i izrazi za balans reaktivne snage svakog od generatorskih čvorova. U sistemu sa n čvorova i r generatora ukupna broj promenljivih iznosi $2(n-1)-(r-1)$.

Postupci za proračun tokova snage zasnivaju se na numeričkim iterativnim postupcima od kojih se najviše primenjuju Newton-Raphson-ov i Gauss-ov iterativni metod. Najpopularniji metod za rešavanje sistema nelinearnih jednačina je Newton-Raphson-ov metod kod kojeg se primenjuje razvoj jednačina balansa snaga u Taylor-ov red pri čemu se članovi viših redova od prvog zanemaruju. Rezultujući sistem linearnih jednačina može se izraziti u matričnoj formi na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} = -J^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4)$$

gde su: ΔP i ΔQ vektor razlike između specificirane i sračunate vrednosti za aktivnu i reaktivnu snagu respektivno.

J je Jakobijeva matrica definisana kao:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial |V|} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial |V|} \end{bmatrix}$$

Često se u analizi koristi efikasnija varijanta Newton-Raphson-ovog metoda pod nazivom brzi raspregnuti metod kao i efikasnija varijanta Gausovog metoda pod nazivom Guass-Seidel-ov metod [4].

3. DC MODEL ELEKTROENERGETSKE MREŽE

Analizu stabilnosti elektroenergetske mreže u realnom vremenu je praktično nemoguće obaviti primenom standardnog postupka za proračun tokova snaga. Za ovu namenu razvijeni su posebni metodi među kojima je i DC linearni metod [5, 6]. Ovim metodom se procenjuje protok snaga u elektroenergetskoj mreži uvođenjem izvesnih pojednostavljivanja kojima se od nelinearnog postupka formira linearan. Iako je postupak manje tačan jer predstavlja aproksimaciju stanja mreže, on je linearan i samim tim od velike koristi u situacijama kada je potrebano brzo dobiti relativno pouzdano rešenje.

DC model je pogodan za ispitivanje prekida na mreži kao i za potrebe optimizacije. Zahvaljujući ovim karakteristikama DC model mreže se široko primenjuje za potrebe planiranja kao i za rešavanje operativnih problema. Najbitniji nedostatak ovog modela je da nije primenjiv u proveri premašenja graničnih vrednosti napona na mreži.

Zanemarivanja koja se uvode pri izvođenju DC modela polaze od tipičnih vrednosti parametara. Vodovi

elektroenergetske mreže su induktivne prirode odnosno standardna vrednost susceptanse, B_{ik} , mnogo je veća od vrednosti konduktanse, G_{ik} . Ovo svojstvo posebno dolazi do izražaja kod vodova srednjih i većih dužina. Odavade sledi da za proizvoljni vod važi sledeća relacija:

$$|G_{ik}| \ll |B_{ik}|$$

$$Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} \approx jB_{ik} \quad (5)$$

Druga aproksimacija [5] uzima u obzir činjenicu da je razlika faznih stavova napona susednih čvorova mreže veoma mala, pre svega zbog malih dužina vodova. Odavde proizilaze sledeće dve relacije:

$$\cos(\theta_i - \theta_k) \approx 1 \quad \sin(\theta_i - \theta_k) \approx \theta_{ik} \quad (6)$$

Uvođenjem gore navedenih zanemarivanja (5), (6) u izraze za injektovanje aktivnih i reaktivnih snaga čvorova (2), (3) dobijaju se sledeće linearne jednačine:

$$P_i = \sum_j B_{ij} \cdot \theta_{ij} \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

Sistem jednačina (7) izražen u matričnoj formi je:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\theta} \quad (8)$$

gde je: \mathbf{P} vektor aktivnih snaga injekcija čvorova, $\boldsymbol{\theta}$ vektor razlika faznih stavova napona čvorova, \mathbf{B} matrica susceptansi izvedena iz admitansne matrice čvorova.

Često je u opticaju i drugaćiji oblik matrične jednačine

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\theta} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{P} \quad (9)$$

gde je: \mathbf{A} matrica incidencije, $\boldsymbol{\theta}$ vektor faznih stavova napona čvorova.

Primenom DC modela generiše se sistem jednačina za protok snaga u elektroenergetskoj mreži koji je u potpunosti linearan. Na ovaj način otvorena je mogućnost primene simboličke analize odnosno automatizacije postupka generisanja analitičkih izraza za nepoznate veličine u mreži. Dobar primer primene simboličke analize za problem tokova snaga je simbolički simulator SALF [7].

4. POSTUPAK ZA GENERISANJE ANALITIČKIH IZRAZA TOKOVA SNAGE

Standardni postupci za analizu elektroenergetskih mreža koriste trigonometrijski prikaz kompleksnih promenljivih u jednačinama. Razlog je postizanje numeričke stabilnosti i ubrzanje konvergencije iterativnih postupaka za potrebe numeričkog rešavanja algebarskih jednačina.

Polazeći od algebarskog prikaza za napone čvorova i admitansne vodova, umesto trigonometrijskog formata, Exposito i Ramos su značajno pojednostavili sistem jednačina za proračun tokova snaga kod radikalnih i umereno petljastih elektrodistributivnih mreža [9, 10, 11]. Pored toga sistem jednačina koji opisuje mrežu je linearan dok nelinearnost postoji samo unutar izraza kojima su definisane dodatno uvedene promenljive.

Proizvod kompleksnih vrednosti napona dva čvorova izražen u algebarskom formatu je:

$$V_i \cdot V_k^* = x_{ik} + jw_{ik} \quad (10)$$

gde je: $V_i = v_i + ju_i$,

$$x_{ik} = v_i v_k + u_i u_k, w_{ik} = u_i v_k - v_i u_k,$$

$$x_{ii} = |V_i|^2 \quad i, k = 1, \dots, n$$

Uvodjenjem primarnih promenjivih, x_{ik} i w_{ik} , umesto proizvoda napona čvorova dobija se sistem linearnih jednačina za snage injektovanja na sabirnicama:

$$P_i = \sum_{k=1}^n (G_{ik} x_{ik} + B_{ik} w_{ik}) \quad i = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n (G_{ik} w_{ik} - B_{ik} x_{ik}) \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

Nepoznate u novoformiranom sistemu jednačina su umesto modula i faznih stavova napona čvorova primarne promenjive, označene sa x odnosno w . Svako od grana mreže pridružuje se par ovih promenjivih, x_{ik} , w_{ik} . Pored toga, dodatne nepoznate su primarne promenjive pridružene svakom od čvorova mreže sem referentnog, x_{ii} , kao i snage referentnog čvora (P_1 , Q_1). Imajući ovo u vidu može se zaključiti da ukupan broj nepoznatih u sistemu jednačina iznosi $2e+n+1$ ukoliko je broj grana u mreži e , a broj čvorova mreže n .

S obzirom da je broj nepoznatih povećan, neophodno je pored sistema linearnih jednačina (11), (12) uvesti i dodatne relacije. Iz definicije primarnih promenjivih proizilaze relacije koje postoje između primarnih promenjivih grana i primarnih promenjivih čvorova:

$$x_{ik} = x_{ki} \quad w_{ik} = -w_{ki} \quad (13)$$

$$|V_i \cdot V_k|^2 = x_{ik}^2 + w_{ik}^2 = x_{ii} \cdot x_{kk} \quad (14)$$

Broj grana radijalne mreže iznosi $e=n-1$. U ovom slučaju potrebno je sistem jednačina proširiti sa n kvadratnih jednačina formulisanih sa (14). Kod petljastih mreža broj grana nije u vezi sa brojem čvorova. Za ove mreže je u nekim slučajevima potrebno uspostaviti dodatne relacije između potencijala čvorova. S obzirom da su strujne jednačine upotrebljene ostaju na raspolaaganju naponske jednačine, odnosno jednačine fundamentalnih petlj prema Kirhofovom zakonu za napone.

Iako je ukupan broj promenjivih i jednačina povećan, od većeg značaja je da je broj nelinearnih jednačina dvostruko umanjen u odnosu na standardni pristup.

Da bi se generisao analitički izraz za proračun tokova snage po vodovima neophodno je nad skupom nelinearnih jednačina koje povezuju promenjive (14) primeniti neku od algebarskih metoda kojom bi se sistem polinomske jednačina sveo na jednu polinomsku jednačinu po jednoj promenjivoj. Najpogodniji postupak za nelinearne jednačine ovog oblika zasniva se na određivanju rezultantne polinoma. Pod rezultantom dva polinoma $A(x)$ i $B(x)$, u oznaci $\text{res}(A, B)$, podrazumevamo determinantu matrice sastavljene od koeficijenata polinoma na sledeći način:

$$S_{a,b} = \begin{bmatrix} a_m & a_{m-1} & \cdots & a_1 & a_0 \\ & a_m & a_{m-1} & \cdots & a_1 & a_0 \\ & & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & a_m & \cdots & \cdots & a_0 \\ b_n & b_{n-1} & \cdots & b_1 & b_0 \\ & b_n & b_{n-1} & \cdots & b_1 & b_0 \\ & & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & b_n & \cdots & \cdots & b_0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

gde su sa a_i označeni koeficijenti polinoma A , a sa b_i koeficijenti polinoma B .

Rezultanta dva polinoma je jednaka nuli isključivo ukoliko polinomi imaju zajednički faktor, odnosno ukoliko imaju zajednički koren. Ovo svojstvo rezultante polinoma se primenjuje za određivanje rešenja polinomske funkcije.

$$\text{res}(A, B)|_{x=x_0} = 0$$

$$A(x_0) = B(x_0) = 0 \quad (16)$$

Generisanjem rezultante dva polinoma od dve algebarske jednačine formira se jedna, pri čemu je skup promenjivih umanjen za promenjivu po kojoj je određivanje rezultanta polinoma. Primenom ovog postupka, odnosno određivanjem rezultante od parova jednačina, od proizvoljnog sistema od N algebarskih jednačina sa n promenjivih, formira se skup od $n-1$ jednačina sa $n-1$ promenjivih. Uzastopnom primenom iste procedure nad skupom algebarskih jednačina na kraju se dolazi do jedne algebarske jednačine po jednoj promenjivoj. Rezultat je skup analitičkih izraza koji predstavljaju rešenje polaznog sistema nelinearnih jednačina.

5. ANALITIČKI PRISTUP U REŠAVANJU PROBLEMA TOKA SNAGA

Formulacija sistema jednačina dobijenih primenom DC modela mreže (8) obavlja se na osnovu opisa linearne električne mreže. Iako su u ovom sistemu jednačina nepoznate fazni stavovi napona a zavisno promenjive aktivne snage, nema suštinske razlike u postupku formiranja matrice sistema u odnosu na standardni postupak za generisanje matrice admitansi čvorova. Parametri kola u sistemu jednačina mogu biti prikazani numerički ili u obliku simbola ukoliko se primenjuje analitički pristup za rešavanje problema toka snaga.

Drugi postupak koji je naveden u ovom radu a koji rezultuje u analitičkim opisom toka snaga zasniva se na uvođenju novih promenjivih (w_{ik} , x_{ik}). Skup nelinearnih jednačina koje povezuju novouvedene promenjive (14) ne zavisi od konfiguracije mreže. Generisanje analitičkih izraza iz skupa ovih nelinearnih jednačina može se sprovesti unapred i nezavisno od opisa mreže. Jedina promenjiva koja utiče na generisane izraze je broj čvorova mreže n .

Formulacija preostalih $2n$ linearnih jednačina (11) i (12) dobija se iz opisa električne mreže. Razlika u postupku formulacije jednačine u odnosu na metod potencijala čvorova je u razdvajajući admittanse svake grane na konduktansu i susceptansu. Za rešavanje ovih linearnih jednačina u simboličkom obliku najadekvatnije je primeniti neki od metoda simboličke analize. Postupci za automatsko generisanje analitičkog izraza posebno dolaze do izražaja ukoliko su dimenije mreže koja se analizira veće.

Slika 1 daje uporedni prikaz analitičkog i numeričkog pristupa u rešavanju problema toka snaga elektroenergetske mreže. Polazeći od konfiguracije mreže i parametara linearnih modela elemenata mreže formira se sistem jednačina injektovanja aktivnih i reaktivnih snaga po čvorovima mreže. Razlika između standardnog numeričkog pristupa za određivanje toka snaga i analitičkog pristupa postoji u samom formulisanju sistema jednačina kao i u metodama za rešavanje sistema jednačina. Parametri modela su u jednom slučaju numeričke vrednosti dok su u drugom simboli. Rezultat analitičkog pristupa su algebarski izrazi za napone čvorova dok su u numeričkom pristupu brojne vrednosti napona čvorova. Kada su određeni naponi čvorova jednostavno se određuju snage injektovanja po čvorovima a nakon toga i tokovi snaga po granama kao i gubici po granama mreže.

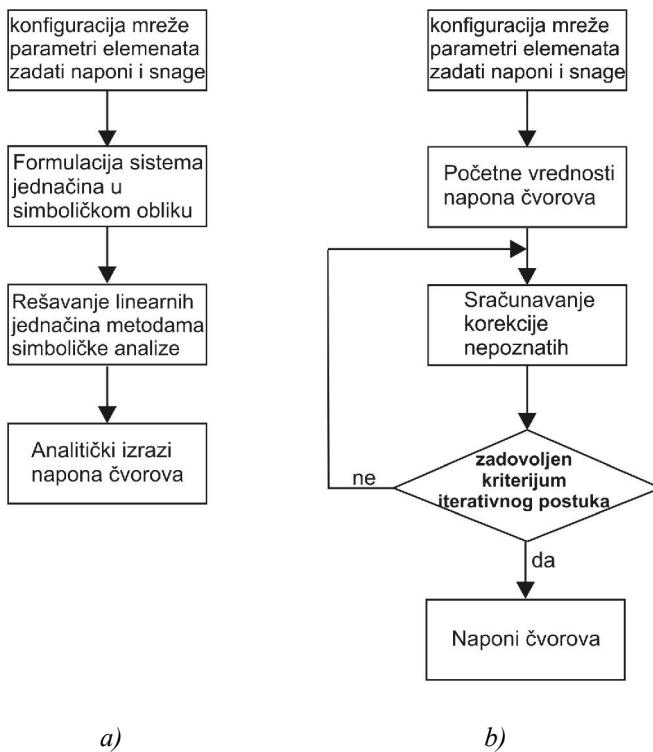


Fig.1. Dijagram toka za problem proračuna toka snaga

a) Analitički pristup b) Numerički pristup

Simboličkom analizom generiše se analitički izraz za stanje elektroenergetske mreže. Nepoznate promenljive su izražene u funkciji od zadatih veličina (modula i faznih stavova napona čvorova i snaga injekcije) predstavljenih u simboličkom obliku. Ovakav pristup pruža niz prednosti.

Primenom simboličke analize rešava se niz problema koji se ispoljavaju u numeričkoj analizi kao što su: problem konvergencije, greška zaokruživanja, efekat konačne dužine reči.

Praćenje uticaja izmena u topologiji mreže za potrebe optimizacije je znatno efikasnije ukoliko se raspolaže sa analitičkim izrazom za napone čvorova.

Proračun kvarova distributivnih mreža, koji se zasniva na zameni dela mreže Thevenenovim generatorom, takođe se može učiniti znatno efikasnijim ukoliko se primene nad analitičkim izrazima koji definišu stanje mreže.

6. ZAKLJUČAK

Svi do sada poznati metodi za proračun tokova snaga nisu postigli zadovoljavajuće vreme izračunavanja, brzinu konvergencije kao i fleksibilnost proračuna.

Rad daje sažet pregled postupaka za generisanja analitičkih izraza koji opisuju stanje elektroenergetske mreže. Dat je opis algoritama i pregled njihovih mogućih primena.

Generisanjem analitičkih izraza omogućen je uvid u ponašanje mreže i uticaj pojedinih parametara na performanse. Dobijeni rezultati važe za sva kola iste strukture i topologije. Na ovaj način je značajno pojednostavljena naknadna obrada dobijenih rezultata.

ZAHVALNOST

Rezultati prikazani u ovom radu ostvareni su u okviru projekta TR 32004 čiju realizaciju finansira Ministarstvo nauke Republike Srbije.

LITERATURA

- [1] X. F. Wang, Y. Song, M. Irving, *Modern power system analysis*, Springer 2008.
- [2] Arrillaga J., Arnold C.P., *Computer Analysis of Power Systems*, John Wiley & Sons, 1990.
- [3] N. Rajakovic , *Analiza elektroenergetskih sistema I*, Akademska misao, Beograd, 2002.
- [4] G. W. Stag, A. H. El-Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw-Hill Kogakusha Ltd, Japan: Tokyo, 1968.
- [5] U. G. Knight, *Power systems engineering and mathematics*, Pergamon Press, Oxford, 1972.
- [6] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, *Power generation, operation and control*, John Wiley&Sons, New York, 1984.
- [7] I. A. Skokljev and D. V. Tasic, "A new symbolic analysis approach to the DC load flow method," *Electric Power System Research Journal*, vol. 40, pp. 127-135, 1997.
- [8] Arthit Sode- Yome and N. Mithulanthan, "Static Voltage Stability Study Using MATLAB Symbolic and Optimization Toolboxes," ESD2006, March 1-3, 2006, Phuket, Thailand.
- [9] A.Gómez Expósito and E.Romero Ramos, "Reliable load flow technique for radial distribution networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 4, pp. 1063–1069, August 1999.
- [10] E.Romero Ramos and A.Gómez Expósito, "A generalpurpose load flow technique for balanced distribution networks," in *IASTED International Conference on Power and Energy Systems*, Marbella, Spain, September 2000, pp. 603–608.
- [11] A. B. Morton, "Reduced load flow equations for radial and weakly meshed networks," in *AUPEC The Australasian Universities Power Engineering Conference*, Melbourne, Australia, September 2002.

Abstract – This paper gives an overview of the analitic techniques for power-system load flow calculation. The advantages of these methods are discussed and compared to the traditional approach that is based on methods for solving nonlinear set of equations. In addition the paper describes the possible applications of these procedures. The use of symbolic analysis methods within these models of power network is also considered.

POWER SYSTEM LOAD FLOW CALCULATION BY USING SYMBOLIC ANALYSIS METHODS

Srđan Đorđević